

**Olimpiada Națională de Matematică**

Etapa locală
Județul Alba, 13 februarie 2015

Clasa a VII-a

1. Se consideră numărul real $x = \frac{3+a\sqrt{18}}{2+b\sqrt{32}}$, unde a și b sunt numere raționale.
 - a) Arătați că dacă $a = 6$ și $b = 3$, atunci x este număr rațional.
 - b) Dacă $x \in \mathbb{Q}$, arătați că $a = 2b$.
2. Arătați că dacă a, b și c sunt cifre nenule ce reprezintă lungimile laturilor unui triunghi și $\frac{\overline{ab}}{ab0+ac} = \frac{\overline{bc}}{bc0+ba} = \frac{\overline{ca}}{ca0+cb}$, atunci triunghiul este echilateral.
3. Pe laturile paralelogramului $ABCD$ ($m(\angle A) < 90^\circ$, $AB > BC$) se iau punctele $E \in (AB)$, $F \in (DC)$, astfel încât $EA = ED$ și $FC = FB$.
 - a) Demonstrați că patrulaterul $DEBF$ este paralelogram.
 - b) Dacă $G \in (EF)$ astfel încât $2EG = GF$, demonstrați că punctul G este centrul de greutate al triunghiului AEC .
4. Fie $ABCD$ un trapez astfel încât $AB \parallel CD$, $AB > CD$ și $AC \cap BD = \{O\}$. Considerăm, în plus, că P este simetricul lui A față de DO , $(AP) \cap (DO) = \{E\}$ și Q este simetricul lui B față de CO , $(BQ) \cap (CO) = \{F\}$. Demonstrați că:
 - a) $\sphericalangle OAE \equiv \sphericalangle OBF$;
 - b) $\mathcal{A}_{ABC} = \mathcal{A}_{DAB}$;
 - c) $AE \cdot BD = BF \cdot AC$;
 - d) $\sphericalangle APC \equiv \sphericalangle BQD$.

Gazeta Matematică 1/2015(prelucrare)

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.